

استفاده از شبکه عصبی مصنوعی در تخمین ظرفیت باربری لرزه‌ای پی‌های سطحی نواری واقع شده در بالای حفره بدون پوشش در خاک‌های چسبنده همگن

محسن عباسی^{۱*}، محمد اسحاق^۲

دکتری مهندسی عمران، ۲- کارشناس ارشد مهندسی عمران

(دریافت: ۱۳۹۹/۱۱/۲۷، پذیرش: ۱۳۹۹/۱۲/۲۳)

چکیده

با توسعه روز افزون شهرها و افزایش جمعیت، محدودیت دسترسی به فضای لازم جهت ساخت تأسیسات زیربنایی و حمل و نقل بیش از پیش احساس می‌شود. وجود سازه‌های مختلف سطحی، علاوه بر تحمیل هزینه بالا و مشکلات ترافیکی حین اجرا، بعضاً احداث سازه‌های روزمینی را غیرممکن می‌سازد. بر این اساس در چنین محیط‌هایی تقاضای حفر تونل برای احداث سیستم‌های تأسیسات و حمل و نقل شهری و بین‌شهری به سرعت افزایش یافته‌است. حفر تونل‌ها و حفرات زیرزمینی در مناطق شهری معمولاً در اعماق کم بوده و تاثیر آن می‌تواند تا سطح زمین گسترش یافته و ظرفیت باربری شالوده‌های واقع بر سطح زمین را تحت تاثیر قرار دهد. در این پژوهش با استفاده از ۲۰۰۰ مدل سازی عددی به روش اجزاء محدود حالت حدی، ظرفیت باربری نهایی یک پی سطحی در مجاورت حفره زیرزمینی در حالت لرزه‌ای و ایستا محاسبه شده و اثر پارامترهای تاثیرگذار مختلف، بررسی شده است. سپس با استفاده از پایگاه داده ایجاد شده، یک شبکه عصبی چند لایه پرسپترون (MLP) آموزش داده شده تا بتوان به کمک آن به راحتی و بدون استفاده از نرم افزارهای تخصصی، ظرفیت باربری پی‌های واقع در بالای حفرات بدون پوشش را در شرایط مختلف محاسبه کرد. نتایج حاصل نشان می‌دهد که ظرفیت باربری محاسبه شده به کمک شبکه عصبی دارای دقت خوبی است.

کلید واژه‌ها: ظرفیت باربری لرزه‌ای، حفره زیرزمینی، پی سطحی نواری، تحلیل اجزاء محدود حالت حدی، شبکه عصبی چند

لایه

۱. مقدمه

سطح زمین شود. عوامل متعددی بر شدت و نحوه تاثیرگذاری تونل‌ها بر ظرفیت باربری این شالوده‌ها دخیل هستند که باید به صورت همزمان در تحلیل‌ها مد نظر قرار گیرند.

در سال‌های اخیر، بسیاری از محققان تلاش کرده‌اند تا تاثیر حفره‌های زیرزمینی بدون پوشش (نگهدارنده یا لاینینگ) بر ظرفیت باربری شالوده‌های نواری سطحی را مورد ارزیابی قرار دهند و تاثیر عوامل مختلف بر اندرکنش بین پی و حفره‌های مختلف را بررسی کنند. در این بخش مروری بر شاخص‌ترین تحقیقات انجام شده در این زمینه از ابتدای شکل‌گیری این موضوع تا به حال انجام شده است.

بائوس و وانگ (۱۹۸۳) با انجام تست آزمایشگاهی بر روی مدل مقیاس کوچک رفتار یک پی سطحی قرار گرفته‌شده در بالای یک حفره مستطیلی شکل با فاصله از پی را با فرض حالت کرنش

حفرات زیرزمینی ممکن است در اثر عوامل مختلفی نظیر: فعل و انفعالات شیمیایی در زمین‌های آهکی و دولومیتی، انحلال سنگ‌های حل‌شدنی، حفاری در معدن، حفر قنات، ایجاد شبکه‌های فاضلاب و تأسیسات شهری و یا موارد مشابه در عمق زمین بوجود آیند. از طرف دیگر با رشد جمعیت و نیاز روز افزون به سفرهای شهری و بین‌شهری، تقاضای حفر تونل برای حمل و نقل‌های شهری و بین‌شهری به سرعت افزایش یافته‌است. تونل‌ها خصوصاً در مناطق شهری ممکن است در مجاورت و یا زیر شالوده‌های سطحی قرار گیرند. این نوع تونل‌ها معمولاً در اعماق کم حفر می‌شوند و تاثیر آن‌ها می‌تواند تا سطح زمین گسترش یابد و باعث ایجاد تاثیر بر ظرفیت باربری شالوده‌های واقع بر

زهکشی نشده خاک) ارائه شده است. لی و همکاران در سال ۲۰۱۵ [۱۱] نیز به منظور بررسی تاثیر اعمال همزمان بارگذاری افقی و قائم (بارگذاری متمایل) بر ظرفیت باربری پی‌های سطحی واقع بر روی یک خاک رسی همگن در حضور یک و دو حفره پیوسته از همین نوع تحلیل استفاده کردند. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد در صورت وجود حفره در زیر پی سطحی، شکل و اندازه پوش گسیختگی که تعیین کننده ظرفیت باربری زهکشی نشده پی در اثر اعمال بارگذاری متمایل است به پارامترهایی همچون محل قرارگیری، هندسه و تعداد حفره‌ها بستگی دارد.

ظرفیت باربری و مکانیسم گسیختگی مربوط به یک پی سطحی واقع بر روی تونل‌های دوقلو توسط علیمرادیانی و همکاران (۲۰۱۶) [۱۲] به کمک نرم افزار اجزاء محدود PLAXIS تجزیه و تحلیل شده است. در این پژوهش تاثیر پارامترهایی همچون ابعاد تونل و پی (نسبت عرض پی به عرض تونل)، محل قرارگیری پی و تونل، عمق و برون محوری حفره‌ها نسبت به پی سطحی، بر رفتار نیرو-نشست پی سطحی بررسی شده است. زائو و همکاران (۲۰۱۸) [۱۳] از روش المان محدود حالت حدی برای تعیین ظرفیت باربری زهکشی نشده یک پی نواری واقع شده در بالای یک حفره در خاک رسی دو لایه استفاده کرده‌اند. در این تحقیق به منظور تعیین ظرفیت باربری پی سطحی نواری، نمودارهای طراحی در قالب تعیین ضریب N_s ارائه شده اند. زائو و همکاران (۲۰۱۸) [۱۴] ظرفیت باربری و مکانیسم گسیختگی یک پی سطحی واقع شده بر خاک‌های چسبنده-اصطکاکی ($C - \phi$) در حضور یک و دو حفره مستطیلی که در زیر پی و در فواصل و آرایش‌های مختلف نسبت به پی قرار دارند را به کمک تکنیک بهینه‌سازی لایه‌ای ناپیوسته^۲ (DLO) محاسبه کردند. در این روش، پس از تعیین ظرفیت باربری پی از روش‌های کلاسیک و بدون در نظر گرفتن وجود حفره، از نمودارهای طراحی ارائه شده، ضریب کاهش ظرفیت باربری (R) محاسبه شده و سپس به راحتی ظرفیت باربری پی سطحی در حضور حفره محاسبه خواهد شد.

ظرفیت باربری یک پی سطحی نواری واقع بر یک توده سنگی شامل یک یا چند حفره پیوسته به کمک روش اجزاء محدود حالت حدی (FELA) به کمک نرم افزار OptumG2 در سال ۲۰۱۸ توسط زائو و همکاران [۱۵] مورد بررسی قرار گرفته است. در این حالت فرض شده است که توده سنگ رفتار کاملاً پلاستیک دارد و از رفتار آن مطابق با قانون هوک-براون اصلاح شده است. در این تحقیق با در نظر گرفتن پارامترهای هندسی نظیر محل و تعداد حفره‌ها، ابعاد، عرض و ارتفاع حفره‌ها مجموعه‌ای از نمودارهای طراحی ارائه شده است که به کمک

مسطح بررسی کردند [۱]. وانگ و هسه (۱۹۸۷) از آنالیز حالت حدی مرز بالا به منظور تعیین ظرفیت باربری نهایی پی سطحی واقع بر بالای خط مرکزی یک حفره دایره‌ای استفاده کردند در این پژوهش با در نظر گرفتن سه مکانیزم شکست برای پی، نتایج برای یک مدل خاص با نسبت قطر حفره به عرض پی برابر ۲/۴ ارائه شده است [۲]. التبا و همکاران (۱۹۸۹) با انجام یک مطالعه آزمایشگاهی بر روی یک مدل مقیاس کوچک، رفتار یک پی نواری واقع بر یک حفره پیوسته دایره‌ای شکل با فاصله از پی در یک خاک ماسه‌ای گچ‌دار را مورد ارزیابی قرار داده‌اند. اعظم و همکاران (۱۹۹۷) پایداری و رفتار یک پی سطحی نواری واقع شده بر روی یک خاک دولایه در حضور یک حفره دایره‌ای که در لایه پایینی واقع شده است را به کمک آنالیز المان محدود دو بعدی و در حالت کرنش مسطح بررسی کرده‌اند [۳].

در سال ۲۰۱۱ کیوسومی و همکاران [۶] با انجام یک مدل‌سازی آزمایشگاهی به تعیین ظرفیت باربری و بررسی انواع حالت‌های شکست یک پی سطحی واقع بر سطح یک نهشته‌آهکی سخت همراه با وجود حفره با فاصله از پی و با فرض حالت کرنش مسطح پرداخته‌اند. نتایج نشان می‌دهد در چنین حالتی امکان وقوع سه نوع گسیختگی وجود دارد: ۱. گسیختگی سطحی پی بدون گسیختگی در حفره. ۲. گسیختگی در حفره بدون ایجاد گسیختگی زیر پی. ۳. گسیختگی همزمان در پی و حفره. نتایج نشان می‌دهد مکانیسم شکست وابسته به اندازه و محل قرارگیری حفره است. با توجه به این سه نوع گسیختگی و با استفاده از نتایج این آزمایش مطالعه عددی پارامتری به کمک تحلیل حد بالا برای حالت وجود حفره تکی با اندازه، عمق قرارگیری و محل قرارگیری مختلف نسبت به پی نیز انجام شده است.

بررسی پایداری تونل‌های دوقلو با مقطع دایره‌ای حفر شده در خاک چسبنده-دانه‌ای ($C-\phi$) زمانی که سربار گسترده یکنواخت در سطح بدون شیب زمین اعمال شود به کمک روابط تحلیلی و مدل‌سازی عددی به روش المان محدود حالت حدی توسط یاماماتو و همکاران (۲۰۱۳) [۹] با فرض حالت کرنش مسطح انجام شده است.

لی و همکاران (۲۰۱۴) [۱۰] برای بررسی ظرفیت باربری زهکشی‌نشده یک پی نواری واقع بر سطح یک خاک رسی ناهمگن در حضور یک و دو حفره پیوسته از تحلیل المان محدود کرنش‌های کوچک^۱ استفاده کردند. مدل‌سازی برای مشخصات مختلف خاک و شرایط هندسی متفاوت تونل‌ها و فواصل مختلف دو حفره از یکدیگر انجام شده است. نتایج مدل‌سازی به صورت فاکتور ظرفیت باربری زهکشی نشده (ضریبی از مقاومت برشی

² Discontinuity Layout Optimization

¹ small-strain finite element analyses

Optum G2 [۱۷،۱۸] استفاده شده است. بر اساس اهداف تعریف شده برای این پژوهش و همچنین مرور انجام شده در ادبیات فنی، هندسه نشان داده شده در شکل (۱) در نظر گرفته شده است. به منظور جامعیت بخشیدن به نتایج کار، تمامی متغیرها به صورت بدون بعد در نظر گرفته شده است. مطابق با شکل (۱) متغیرهای زیر برای بررسی مسئله در نظر گرفته شده است:

• ضریب زلزله افقی (k_h): این ضریب برابر است با نسبت شتاب افقی زلزله به شتاب گرانش زمین.

• نسبت عرض حفره به عرض پی ($\alpha = \frac{W}{B}$): بیان کننده عرض حفره و B بیان کننده عرض پی نواری است.

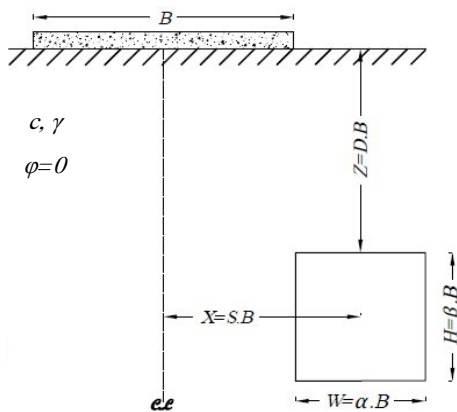
• نسبت ارتفاع حفره به عرض پی ($\beta = \frac{H}{B}$): بیان کننده ارتفاع حفره است.

• چسبندگی خاک ($\frac{C}{\gamma B}$): چسبندگی خاک و γ وزن مخصوص خاک می باشد

• زاویه اصطکاک داخلی خاک (ϕ): زاویه اصطکاک خاک است. با توجه به اینکه در این تحقیق به بررسی خاک های رسی پرداخته شده، زاویه اصطکاک داخلی خاک برابر صفر فرض شده است.

• عمق قرار گیری حفره ($D = \frac{Z}{H}$): عمق قرار گیری جداره بالایی حفره از سطح زمین است.

• برون محوری پی و حفره ($S = \frac{X}{B}$): X فاصله افقی محور پی تا محور مرکزی حفره است.



شکل (۱). شرایط هندسی در نظر گرفته شده برای پژوهش حاضر

آن‌ها می‌توان پس از محاسبه ظرفیت باربری پی بدون در نظر گرفتن حفره و تعیین ضریب کاهش ارائه شده در نمودارهای طراحی به راحتی ظرفیت باربری پی را برای هر حالت محاسبه کرد.

وو و همکاران (۲۰۲۰) نیز با بکارگیری تحلیل اجزاء محدود حالت حدی به بررسی ظرفیت باربری پی نواری سطحی واقع شده در بالای یک و دو حفره مستطیلی شکل در حالتی که بارگذاری پی دارای خروج از مرکزیت باشد پرداخته‌اند. در این تحقیق مطالعه پارامتریک به کمک تحلیل کران بالا و پایین در نرم افزار Optum G2 انجام شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که در حضور حفره تکی، ظرفیت باربری پی زمانی که انحراف از مرکزیت بار به سمت حفره باشد نسبت به زمانی که انحراف از مرکزیت بار در سمت مقابل باشد کمتر است [۱۶].

نتایج تحقیقات ارائه شده نشان می‌دهد که اندرکنش پی سطحی و حفره دارای پیچیدگی بوده و پارامترهای متعددی در آن تأثیرگذار هستند. از جمله مهمترین این پارامترها می‌توان به اثر عمق و ابعاد تونل، فاصله افقی خط مرکزی تونل از پی، ضخامت و صلبیت پی و نیز شرایط زیر سطحی خاک (نظیر وجود خاک چند لایه یا تغییر مشخصات ژئوتکنیکی خاک با افزایش عمق یا به عبارتی ناهمگن بودن خاک) اشاره نمود. از طرف دیگر امکان وقوع زلزله در بسیاری از کشورها از جمله ایران بسیار زیاد است. لذا در شهرهای بزرگ و لرزه خیز بدلیل تراکم حفرات زیرزمینی و سازه های سطحی، به نظر می‌رسد مسئله پایداری و ظرفیت باربری پی‌های سطحی واقع شده در نزدیکی حفرات زیرزمینی دارای اهمیت بیشتری باشد. بررسی پیشینه این موضوع نشان می‌دهد که تا کنون پژوهش جامعی در این رابطه انجام نشده است که به بررسی رفتار لرزه‌ای پی‌های سطحی واقع شده در نزدیکی حفرات زیرزمینی پرداخته باشد.

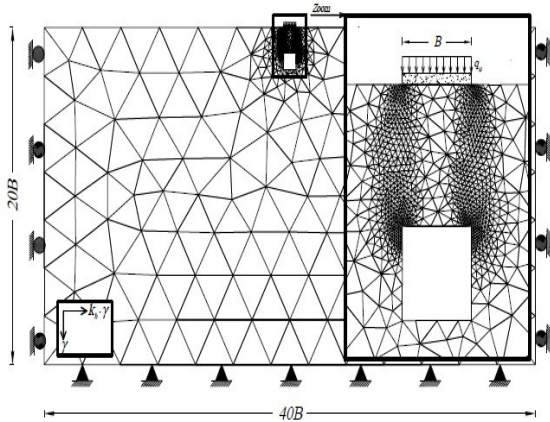
در پژوهش کاربردی حاضر تلاش خواهد شد تا به کمک روش اجزاء محدود حالت حدی تأثیر عوامل مختلف بر ظرفیت باربری نهایی یک پی سطحی نواری که در نزدیکی حفره زیرزمینی قرار دارد در حالت لرزه‌ای و ایستا بررسی شود. علاوه بر این تلاش

شده است تا به کمک پایگاه داده ایجاد شده، امکان استفاده از شبکه عصبی برای تخمین ظرفیت باربری این نوع پی‌ها مورد ارزیابی قرار بگیرد.

۲. تعریف مسئله

در این پژوهش به منظور دستیابی به اهداف در نظر گرفته شده از یکی از جدیدترین نرم افزارهای المان محدود حالت حدی با نام

در این جدول صحت مدل‌سازی را تأیید می‌کنند و نتایج همگرایی مناسبی با نتایج سایر پژوهش‌ها دارد.



شکل (۲). فضای مدل‌سازی در نرم افزار Optum G2 به همراه مش‌بندی انجام شده توسط نرم افزار

۴. مطالعه پارامتریک

در این بخش با در نظر گرفتن مجموعه ای از پارامترهای تأثیر گذار بر اندرکنش پی نواری سطحی و حفره سعی شده تا تأثیر هر یک از پارامترها بر روی رفتار لرزه‌ای این سیستم مورد ارزیابی قرار بگیرد. به منظور جامعیت بخشیدن به نتایج تحقیق تمامی متغیرها به صورت متغیرهای بی بعد شده بررسی شده‌اند. متغیرهای در نظر گرفته شده عبارتند از: عمق قرارگیری حفره (D)، برون محوری مرکز حفره نسبت به خط مرکزی پی (S)، چسبندگی خاک ($\frac{k_B}{\rho}$)، شکل و ابعاد حفره (α, β) و شتاب زلزله که به صورت شتاب شبه استاتیک افقی (k_h) به مدل اعمال شده است. به منظور بررسی و شناخت تأثیر هر متغیر نتایج تحلیل پارامتری در قالب نسبت بی بعد $\frac{q_u}{\gamma B}$ ارائه شده که در آن، q_u ظرفیت باربری نهایی پی، γ وزن مخصوص خاک و B عرض پی است.

۴-۱. عمق قرارگیری حفره (D)

در شکل (۳) تغییرات نسبت ظرفیت باربری در برابر عمق قرارگیری حفره (D) با در نظر گرفتن مقادیر مختلف شتاب زلزله ارائه شده است. مطالعه کشاورز و همکاران [۱۹] نشان می‌دهد که برای پی نواری با سطح زبر واقع بر سطح زمین شتاب شبه استاتیک آستانه لغزش پی برابر است با $0.38g$ بنابراین به منظور بررسی تأثیر شتاب زلزله دامنه‌ی $0-0.35g$ ($k_h=0-0.35$) در نظر گرفته شده است. مطابق با نتایج ارائه شده در شکل (۳) برای یک مقدار ثابت k_h با افزایش عمق حفره، $\frac{q_u}{\gamma B}$ افزایش پیدا می‌کند و تأثیر وجود حفره کمتر می‌شود و نهایتاً به یک مقدار

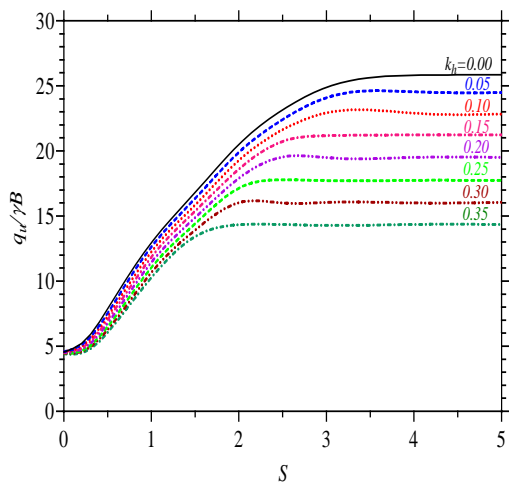
نرم افزار Optum G2 از تکنیک سازگاری خودکار مش‌بندی^۱ استفاده می‌کند و به منظور افزایش دقت محاسبات به صورت خودکار مش‌های موجود در محل‌هایی که تمرکز تنش بوجود می‌آید را ریزتر می‌کند. مدل‌سازی در فضای دو بعدی و با در نظر گرفتن شرایط کرنش مسطح انجام شده است. معیار گسیختگی موهر-کلمب به عنوان معیار گسیختگی خاک در نظر گرفته شده است. به منظور مدل‌سازی پی سطحی نواری از یک المان صفحه صلب بدون وزن استفاده شده است. مرز بین این المان (پی سطحی) با خاک کاملاً زبر در نظر گرفته شده است. برای مجموعه تحلیل‌ها، مدلی با عرض $40B$ و عمق $20B$ در نظر گرفته شده است. مرز پایین مدل در هر دو جهت افقی و عمودی و مرزهای کناری تنها در جهت افقی مقید شده‌اند. به منظور بررسی رفتار لرزه‌ای پی و حفره از روش شبه استاتیک استفاده شده است. به این منظور ضریب زلزله افقی (k_h) به صورت شبه استاتیکی به توده خاک و پی سطحی اعمال شده است. برای هر مدل‌سازی تحلیل کران بالا و پایین انجام شده است و مقدار متوسط آن به عنوان نتیجه نهایی هر مدل گزارش شده است. نمونه‌ای از فضای مدل‌سازی و مش‌بندی انجام شده در نرم افزار Optum G2 در شکل (۲) ارائه شده است. در این شکل نحوه بازآرایی مش‌بندی و ریزتر شدن مش‌ها در محل‌های تمرکز تنش بررسی بخوبی قابل مشاهده است. نرم افزار Optum G2 از تکنیک سازگاری خودکار مش‌بندی استفاده می‌کند و به صورت خودکار مش‌های موجود در محل‌هایی که تمرکز تنش بوجود می‌آید را ریزتر می‌کند. برای مدل‌سازی فرض شده است که تعداد مش‌ها در ابتدای مدل‌سازی ۱۰۰۰ عدد باشد. پس از شروع تحلیل بر اساس توزیع تنش برشی و به صورت خودکار در محل‌هایی که تمرکز تنش بیشتر شود مش‌های ریزتری ایجاد می‌شود تا جایی که تعداد کل مش‌ها تا ۱۰۰۰۰ عدد افزایش یابد. برای هر مدل این فرایند ۳ بار تکرار می‌شود تا جواب بهینه حاصل شود.

۳. اعتبارسنجی مدل‌سازی

به منظور صحت سنجی مدل‌سازی از نتایج مدل‌سازی یک حفره که در زیر خط مرکزی یک پی نواری و در عمق‌های مختلف (D) قرار گرفته است استفاده شده است. به این منظور فرض شده است که حفره با عرضی برابر با عرض پی سطحی در یک خاک کاملاً چسبنده در حالت زهکشی نشده و با در نظر گرفتن مقادیر چسبندگی 60 و 300 کیلوپاسکال قرار گرفته است. پس از مدل‌سازی نتایج حاصل با نتایج مدل‌سازی به روش DLO [۱۴]، لی و همکاران [۱۰] و کیوسومی و همکاران [۶] مقایسه شده است. نتایج حاصل در جدول (۱) ارائه شده است. نتایج ارائه شده

¹ automatic mesh adaptivity

ثابت می‌رسد. این رفتار می‌تواند ناشی از این باشد که زمانی که عمق حفره کم است، سطوح لغزش شکل گرفته شده در زیر پی متأثر از وجود حفره خواهند شد و گوه‌های مقاوم در زیر پی بخوبی ایجاد نمی‌شوند و نهایتاً سبب می‌شود تا ظرفیت باربری پی کاهش یابد.

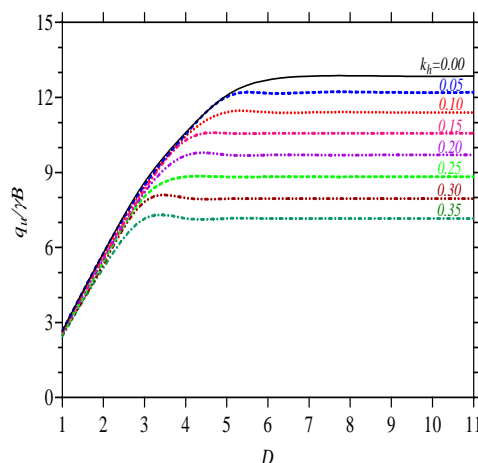


شکل (۴). تأثیر فاصله افقی قرارگیری حفره نسبت به خط مرکزی پی بر ظرفیت باربری پی با در نظر گرفتن مقادیر مختلف ضریب شتاب

$$\text{زلزله } \left(\frac{c}{\gamma B} = 5, \alpha = \beta = 1, D = 0.5 \right)$$

۳-۴. چسبندگی خاک $\left(\frac{c}{\gamma B} \right)$

نتایج تحلیل‌ها با در نظر گرفتن بازه‌ی گسترده‌ای از مقادیر چسبندگی نشان می‌دهد که برای خاک با چسبندگی کم $\left(\frac{c}{\gamma B} < 1 \right)$ مدل برای بسیاری از حالات پایدار نیست (بخصوص در حالت حد پایین و در نظر گرفتن شتاب زلزله) حتی در حالت $\frac{c}{\gamma B} = 1$ برای شتاب‌های زلزله بیش از 0.15g مدل پایدار نیست. تأثیر چسبندگی بر ظرفیت باربری پی نواری سطحی واقع شده بر یک خاک همگن با در نظر گرفتن شتاب‌های زلزله مختلف در برابر فاصله افقی مرکز حفره مربعی از خط مرکزی پی در شکل (۴) ارائه شده است. بر اساس نتایج ارائه شده در این شکل افزایش چسبندگی خاک در کنار افزایش ظرفیت باربری، سبب می‌شود تا فاصله تأثیرگذار حفره کاهش یابد. به طور مثال برای $\frac{c}{\gamma B} = 2$ و $k_h = 0$ در فاصله



شکل (۳). تأثیر عمق قرارگیری حفره بر ظرفیت باربری پی با در نظر گرفتن مقادیر مختلف ضریب شتاب زلزله

$$\left(\frac{c}{\gamma B} = 2.5, \alpha = \beta = 2, S = 0 \right)$$

۲-۴. برون مرکزی حفره نسبت به پی (S)

تغییرات $\frac{qu}{\gamma B}$ در برابر S با در نظر گرفتن مقادیر مختلف k_h در شکل (۴) ارائه شده است. مطابق با نتایج ارائه شده در این شکل برای یک مقدار ثابت k_h با افزایش فاصله مرکز حفره از خط مرکزی پی، ظرفیت باربری پی افزایش می‌یابد و در مقدار مشخصی از S به یک مقدار ثابت میل می‌کند و اثر حفره از بین خواهد رفت. علاوه بر این، بر اساس نتایج ارائه شده در شکل (۴) با اعمال نیروی زلزله، فاصله تأثیر حفره کاهش پیدا می‌کند.

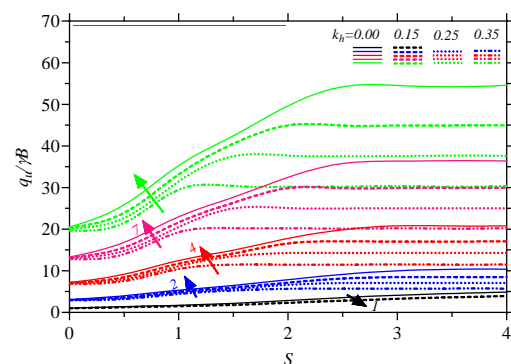
جدول (۱). ضریب ظرفیت باربری زهکشی نشده برای یک پی نواری واقع شده بر روی یک حفره با استفاده از روش‌های مختلف

D	Nc						
	Present study c _u =60 kPa	Present study c _u =300 kPa	Lee et al. c _u =60 kPa	Kiyosumi et al. c _u =60 kPa	Kiyosumi et al. c _u =300 kPa	DLO c _u =60 kPa	DLO c _u =300 kPa
۱/۵۰	۱/۷۱	۱/۹۸	۲/۰۲	۱/۶۸	۱/۹۵	۱/۶۸	۱/۹۲
۲	۲/۵۵	۲/۹۵	۳/۱۱	۲/۵۰	۲/۹۰	۲/۵۰	۲/۹۲
۲/۵۰	۳/۳۹	۳/۹۸	۳/۹۰	۳/۳۴	۳/۸۸	۳/۳۴	۳/۸۸
۳	۴/۱۴	۴/۸۰	۴/۶۲	۴/۱۷	۴/۸۵	۴/۱۸	۴/۸۳
۳/۵۰	۴/۶۶	۵/۰۸	۵/۱۰	۵	۵/۸۲	۵	۵/۱۹
۴	۵/۱۱	۵/۱۵	۵/۱۶	۵/۸۴		۵/۱۸	۵/۲۱
۴/۵۰	۵/۱۳	۵/۱۵	۵/۱۶			۵/۲۱	۵/۲۱
۵	۵/۱۳	۵/۱۵	۵/۱۶			۵/۲۱	۵/۲۱

شکل (۶a) $(\alpha > \beta)$ ۳. حفره کشیده قائم $(\beta > \alpha)$. در شکل (۶a) تغییرات $\frac{q_u}{\gamma B}$ برای حفره‌ی مربعی با اندازه‌های مختلف که گوشه بالایی سمت راست آن در عمق $B (D=I)$ و فاصله افقی B قرار گرفته است در برابر شتاب‌های مختلف زلزله ارائه شده است. بر اساس نتایج این شکل با افزایش اندازه حفره از $\alpha = 0.5$ تا $\alpha = 1.5$ به سرعت ظرفیت باربری پی کاهش می‌یابد و پس از آن تا $\alpha = 2.25$ نرخ کاهش ظرفیت باربری کمتر می‌شود به نحوی که برای حالت غیر لرزه‌ای برای حفره مربعی با $\alpha = 0.5, 0.75, 1, 1.5, 2$ and 2.25 به ترتیب $\frac{q_u}{\gamma B}$ برابر است با $۱۱/۷۱$ ، $۱۱/۸۲$ ، $۱۲/۰۷$ ، $۱۲/۷۷$ ، $۱۳/۵۳$ ، $۱۴/۷۸$ و $۱۱/۷۱$ لازم به ذکر است برای $\alpha > 2.25$ برای این خاک، مدل ناپایدار خواهد بود. شتاب زلزله نیز تأثیر متفاوتی بر ظرفیت باربری دارد به نحوی که برای حفره‌های کوچکتر، تأثیر شتاب زلزله بر کاهش ظرفیت باربری بیشتر است و با افزایش سایز حفره این تأثیر کاهش می‌یابد. به طور مثال برای $\alpha = 0.5$ and 2.25 . افزایش شتاب زلزله از ۰ به $۰/۳۵g$ به ترتیب موجب کاهش $۳۲/۵$ و $۱۷/۲$ درصد ظرفیت باربری پی می‌شود.

در شکل (۶b) تغییرات $\frac{q_u}{\gamma B}$ در برابر شتاب زلزله برای حفره با عرض‌های متفاوت با در نظر گرفتن ارتفاع یکسان ($\beta = 1$) که در زیر خط میانی پی ($S = 0$) و در عمق $D=1.5$ قرار گرفته است نشان داده شده است. بر اساس این شکل می‌توان بخوبی دید که افزایش عرض حفره به صورت یکنواختی سبب کاهش ظرفیت باربری پی می‌شود به نحوی که برای $\alpha = 1, 1.5, 2, 2.5$ and 3 به ترتیب $\frac{q_u}{\gamma B}$ برابر است با $۵/۳۲$ ، $۶/۱۸$ ، $۷/۰۷$ ، ۸ ، $۹/۱۸$ و $۱۰/۱۸$ لازم به ذکر است برای عرض بیشتر از $3B$ در این حالت، مدل ناپایدار است و

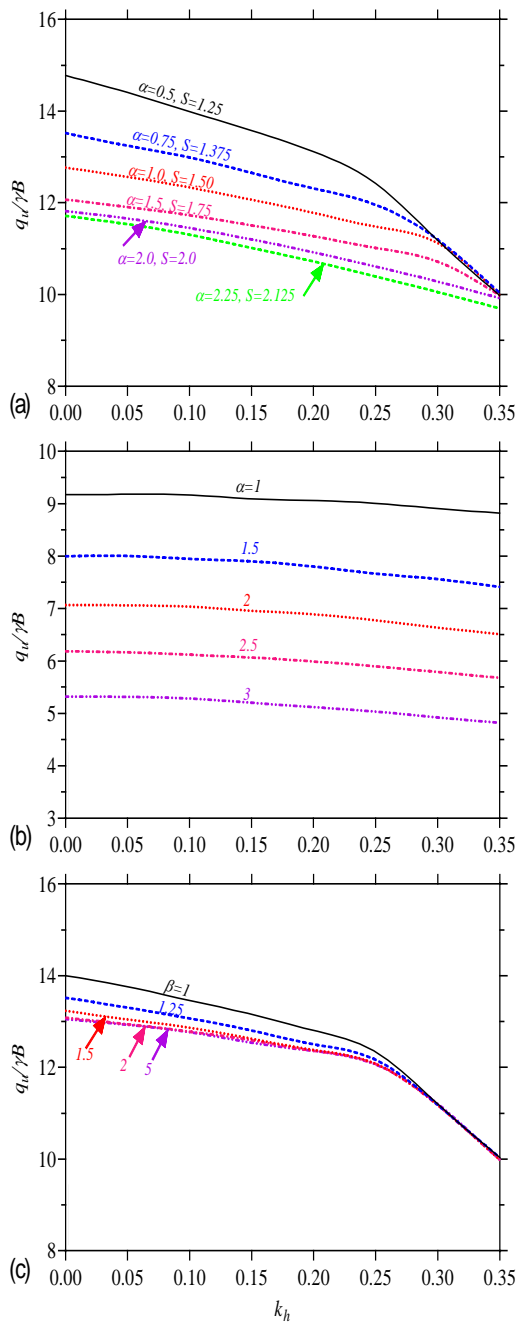
افقی $S=۳/۵$ تأثیر حفره از بین خواهد رفت و با افزایش چسبندگی به $10.5 = \frac{c}{\gamma B}$ این فاصله به حدود $S=۲/۵$ کاهش پیدا می‌کند. این روند در حالت لرزه‌ای نیز وجود دارد. همچنین مشاهده می‌شود که تغییر چسبندگی تأثیر معنی‌داری بر رفتار لرزه‌ای ایجاد نمی‌کند؛ به طور مثال اعمال شتاب شبه استاتیکی $۰/۳۵g$ در حالت $\frac{c}{\gamma B} = 2$ سبب کاهش 44.73% ظرفیت باربری پی برای فواصل بیشتر از $S=۲$ می‌شود و برای حالت $\frac{c}{\gamma B} = 10.5$ نیز این مقدار برای فواصل بیشتر از $S=1$ برابر است با $۴۴/۳۳\%$.



شکل (۵). تأثیر چسبندگی خاک بر ظرفیت باربری پی با در نظر گرفتن مقادیر مختلف ضریب شتاب زلزله ($\alpha = \beta = 1, D = 1$)

۴-۴. شکل و اندازه حفره (α and β)

برای بررسی شکل و اندازه حفره، تأثیر حفره با سه شکل مختلف در اندازه‌های متفاوت که در خاکی $\frac{c}{\gamma B} = 3.5$ قرار گرفته‌اند، ارزیابی شده است. ۱. حفره مربعی ($\alpha = \beta$) ۲. حفره عریض



شکل (۶). تغییرات ظرفیت باربری پی در برابر شتاب زلزله برای حفره با شکل‌های مختلف $(\frac{c}{\gamma B} = 3.5)$. (a) حفره مربعی $(\alpha = \beta)$ ، (b) حفره عریض $(\alpha > \beta)$ و (c) حفره کشیده $(\beta > \alpha)$.

حفره دچار گسیختگی می‌شود. به طور متوسط افزایش شتاب زلزله از ۰ تا ۰/۳۵g برای تمامی حفره‌ها، ظرفیت باربری پی را در حدود ۷/۳٪ کاهش داده است.

به‌منظور بررسی تأثیر ارتفاع حفره بر ظرفیت باربری لرزه‌ای پی سطحی، از نتایج مدل‌سازی برای حفره‌های بلند با ارتفاع‌های مختلف و عرض ثابت $(\alpha = 1)$ که گوشه بالایی سمت راست آن در عمق $B (D=1)$ و فاصله افقی ۰/۷۵B از مرکز پی قرار گرفته است استفاده شده است. تغییرات $\frac{q_u}{\gamma B}$ در برابر شتاب‌های مختلف زلزله برای این حفرات در شکل شکل (۶c) ارائه شده است. بر اساس نتایج این شکل افزایش ارتفاع حفره تا $\beta = 1.5$ کاهش اندک ظرفیت باربری پی را به همراه دارد. به نحوی که برای $\beta = 1, 1.25, 1.5$ and 2 ترتیب برابر است با ۱۳/۱، ۱۳/۲، ۱۳/۵، ۱۴ و برای مقادیر بیشتر β ظرفیت باربری تقریباً ثابت است. نکته دیگری که در شکل (۶c) می‌توان دید این است که با افزایش شتاب زلزله از 0 تا ۰/۲۵g ظرفیت باربری برای حفرات با $\beta = 1, 1.25, 1.5, 2$ بترتیب در حدود ۲۳/۷، ۲۴/۶، ۲۵/۸، ۲۸/۳ کاهش می‌یابد و برای شتاب بیشتر از ۰/۲۵g تأثیر شکل حفره از بین می‌رود و نرخ کاهش ظرفیت باربری بیشتر می‌شود.

۵. به‌کارگیری شبکه عصبی برای تخمین ظرفیت باربری پی

شبکه عصبی مصنوعی (ANN^۱) یک سامانه عملکرد موازی است که شبکه عصبی انسان را شبیه‌سازی می‌کند. یک نرون معمولاً اطلاعات را از لایه قبلی نرون‌ها دریافت و آن را پس از انجام محاسبات به نرون بعدی منتقل می‌کند. به دلیل این خاصیت شبکه عصبی مصنوعی نیاز به هیچ گونه فرضی بین رابطه‌ی ورودی-خروجی ندارد. بنابراین این سیستم می‌تواند بخوبی یک سامانه کاملاً غیرخطی و پیچیده مانند مسئله ظرفیت باربری پی نواری قرار گرفته در بالای حفره که ورودی‌ها و پیچیدگی‌های زیادی دارد را شبیه‌سازی کند. امروزه کاربردهای بسیار زیادی برای شبکه عصبی بوجود آمده است. با توجه به نوع کاربرد، ساختار و قوانین یادگیری می‌توان از انواع مختلف شبکه عصبی برای پیش‌بینی یک سامانه یا سیستم استفاده کرد.

¹ Artificial Neural Network

شده است.

۳. k_i : با توجه به اینکه شتاب بیش از $0.38g$ موجب لغزش پی می‌شود و بر اساس نتایج ارائه شده در بخش‌های قبل برای شتاب‌های بیش از $0.3g$ نیز تقریباً تأثیر بسیاری از پارامترهای دیگر کم‌رنگ می‌شود مقادیر 0 ، 0.1 ، 0.2 و 0.3 برای متغیر k_i انتخاب شده است.

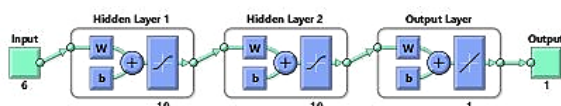
۴. با توجه به مکانی که تقریباً تأثیر حفره با شکل و اندازه‌های مختلف از بین می‌رود مقادیر 0.1 ، 0.2 ، 0.3 و 0.4 برای k و 1 ، 2 ، 3 ، 4 و 5 برای D انتخاب شده است.

۵. برای در نظر گرفتن اثر حفره با ابعاد و شکل‌های مختلف مقادیر 1 و 2 برای α و مقادیر 1 و 2 برای β لحاظ شده است.

با توجه به مقادیر در نظر گرفته شده برای متغیرهای ورودی در مجموع 2000 مدل در نظر گرفته شده است. پس از ایجاد این مدل‌ها در نرم افزار Optum G2 برای تمامی مدل‌ها تحلیل کران بالا و پایین انجام شده است (در مجموع 4000 مدل‌سازی) و مقدار متوسط ظرفیت باربری به عنوان نتیجه نهایی برای آموزش و ارزیابی شبکه عصبی بکار گرفته شده است.

۲-۵. طراحی شبکه عصبی

شبکه عصبی MLP با ساختارهای مختلفی روی پایگاه داده ایجاد شده، مورد بررسی قرار گرفته است. مناسب ترین شبکه، یک شبکه عصبی ۳ لایه با ساختار نشان داده شده در شکل (۸) است. علاوه بر ساختار شبکه بررسی‌های زیادی نیز بر روی نوع توابع انتقال و تعداد نرون‌های هر لایه نیز انجام شده است. بهترین نتایج جواب مربوط به زمانی است که توابع انتقال لایه‌های پنهان از نوع تانژانت هیپربولیک (Tansig) و هر کدام شامل ۱۰ نرون و تابع انتقال لایه خروجی نیز از نوع خطی همانی (Purelin) باشد. فرمول توابع انتقال تانژانت هیپربولیک و همانی بترتیب در روابط (۱) و (۲) ارائه شده است و نحوه تغییرات این توابع نیز در شکل (۹) ارائه شده است.



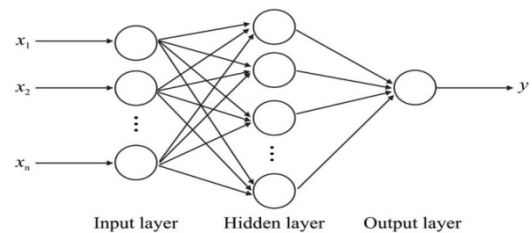
شکل (۸). ساختار شبکه عصبی بکار گرفته شده در تحقیق حاضر

$$a = \text{Tansig}(n) = \frac{2}{1 + e^{-2n}} - 1 \quad (1)$$

$$a = \text{Purlin}(n) = n \quad (2)$$

در میان انواع شبکه عصبی، شبکه‌ی عصبی پرسپترون چندلایه شناخته شده‌ترین مدل و دارای بیشترین کاربرد به ویژه در تشخیص و پیش‌بینی است [۲۰، ۲۱]. مطابق با شکل (۷) یک شبکه عصبی MLP از یک لایه ورودی، یک یا چند لایه پنهان و یک لایه خروجی تشکیل شده است. لایه ورودی، اطلاعات ورودی را دریافت و توزیع می‌کند، در حالی که لایه خروجی

اطلاعات خروجی را تولید می‌کند و لایه میانی یا پنهان رابطه غیر خطی بین لایه‌های ورودی و خروجی را پیدا می‌کند. ارتباط میان نرون‌های هر لایه شبکه دارای وزن خاص خود است. نرون‌های لایه پنهان و لایه خروجی دارای یک تابع انتقال برای مرتبط کردن ورودی و خروجی نرون هستند. عموماً تابع انتقال، مقدار ورودی با دامنه وسیع را گرفته و آن را به یک خروجی با دامنه محدود تبدیل می‌کند. توابع انتقال مختلفی وجود دارد که بر اساس نوع داده‌ها و ارتباط آن‌ها می‌توان مناسب ترین تابع را انتخاب کرد. اما مهم ترین عامل در ایجاد یک شبکه عصبی قوی داشتن پایگاه داده مناسب با تعداد داده های بالا است. در بخش بعدی پایگاه داده ایجاد شده برای آموزش و ارزیابی شبکه عصبی توضیح داده شده است.



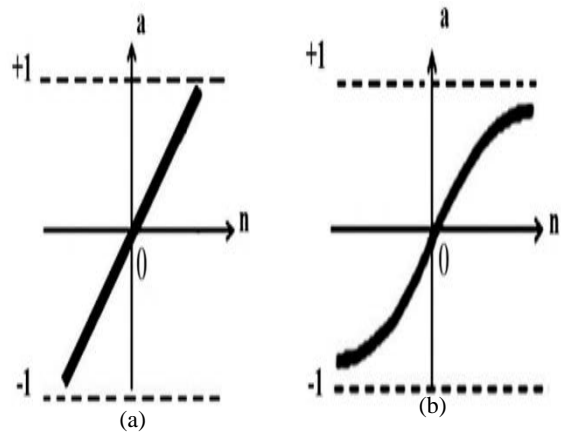
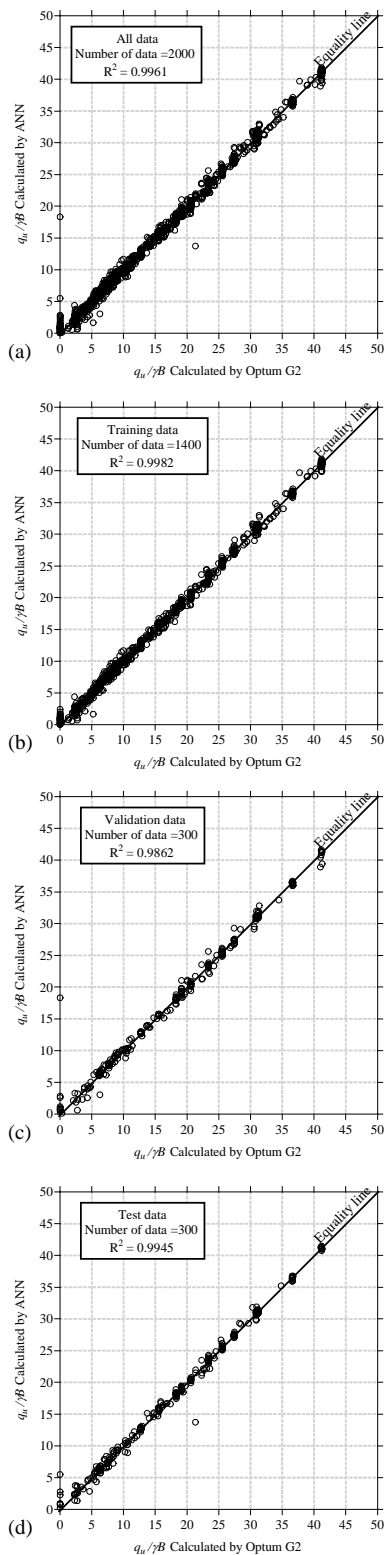
شکل (۷). ساختار یک شبکه عصبی MLP

۱-۵. ایجاد پایگاه داده برای شبکه عصبی

به منظور طراحی یک شبکه عصبی مناسب برای پیش‌بینی ظرفیت باربری پی نواری قرار گرفته شده در بالای حفره مجموعه‌ای سیستماتیک از مدل‌سازی‌ها با در نظر گرفتن مقادیر مختلف متغیرهای ورودی در نظر گرفته شده است. با توجه به تحلیل پارامتریک ارائه شده در بخش ۴ تعداد و مقادیر در نظر گرفته شده برای هر متغیر به نحوی انتخاب شده است تا این پارامترها به مقادیر کاربردی نزدیک باشند و بعلاوه با دقت مناسبی بتوانند رفتار و اندرکنش بین پی و حفره را در نظر بگیرند. پارامترهای مؤثر و مقادیر منتخب برای هر کدام عبارتند از:

$$1. \frac{c}{\gamma B} : \text{با توجه به اینکه برای } 1.5 = \frac{c}{\gamma B} \text{ برای بسیاری از مدل‌ها}$$

۲. در حالت ایستا و لرزه‌ای ظرفیت باربری صفر یا غیرقابل محاسبه است مقادیر 2 ، 4.6 و 8 برای این پارامتر در نظر گرفته



شکل (۹). (a) تابع همانی (Purelin) و (b) تابع تانزانت هیپربولیک (Tansig)

۳-۵. ارزیابی شبکه عصبی

در شکل (۱۰) مقایسه بین نتایج مدلسازی با نتایج پیش‌بینی شده به کمک شبکه عصبی، ارائه شده است. همانطور که دیده می‌شود به کمک این شبکه عصبی می‌توان با دقت بسیار زیادی ظرفیت باربری پی‌نواری واقع شده در بالای یک حفره مستطیل (یا مربعی) شکل را در حالت ایستا و لرزه‌ای محاسبه کرد. به نحوی که برای کل داده‌های پایگاه اطلاعاتی (۲۰۰۰ داده) R^2 برابر است با ۰/۹۹۶۱. برای داده‌های آموزش (۱۴۰۰ داده) R^2 برابر است با ۰/۹۹۸۲ و برای داده‌های اعتبارسنجی و تست (هر کدام ۳۰۰ داده) به ترتیب R^2 برابر است با ۰/۹۸۶۲ و ۰/۹۹۴۵.

شکل (۱۰). نسبت ظرفیت باربری پیش‌بینی شده به کمک شبکه عصبی در برابر نسبت ظرفیت باربری محاسبه شده در نرم افزار Optum G2. (a) کل داده‌ها، (b) داده‌های آموزش، (c) داده‌های اعتبارسنجی و (d) داده‌های تست.

۶. نتیجه‌گیری

در پژوهش کاربردی حاضر تلاش شده است تا به کمک مجموعه‌ای طبقه‌بندی شده از مدلسازی عددی به روش اجزاء محدود حالت حدی تأثیر عوامل مختلف بر اندرکنش بین پی و انواع حفره بدون پوشش در حالت لرزه‌ای و ایستا مورد بررسی قرار گیرد. همچنین پس از ایجاد یک پایگاه داده بزرگ از نتایج مدلسازی امکان استفاده از شبکه عصبی چند لایه به منظور تعیین ظرفیت باربری این نوع پی‌ها مورد ارزیابی قرار گرفته است. برخی از مهم‌ترین نتایج حاصل شده را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد.

- با افزایش D و S نسبت ظرفیت باربری پی افزایش می‌یابد و به یک مقدار ثابت میل می‌کند. افزایش فاصله افقی حفره از مرکز پی عمق تأثیر حفره را کاهش می‌دهد و با افزایش عمق حفره فاصله‌ی افقی تأثیرگذار حفره کاهش می‌یابد. اعمال شتاب شبه استاتیکی نیز به دلیل کاهش حجم گوه گسیختگی سبب کاهش عمق و فاصله افقی تأثیرگذار حفره بر ظرفیت باربری پی سطحی خواهد شد.

- افزایش چسبندگی خاک در کنار افزایش ظرفیت باربری، سبب می‌شود تا فاصله تأثیرگذار حفره بر کاهش ظرفیت باربری پی کاهش یابد. این پارامتر تأثیر معنی‌داری بر ظرفیت

باربری لرزه‌ای پی سطحی در حالت وجود حفره ندارد.

- در محدوده مورد مطالعه این پژوهش، برای حفره مربعی شکل ($\alpha=\beta$) با افزایش بعد حفره (بخصوص $\alpha>1.5$) تأثیر شتاب زلزله بر کاهش ظرفیت باربری کاهش می‌یابد. برای حفرات عریض ($\alpha>\beta$) در حالتی که حفره در نزدیکی خط مرکزی پی باشد با افزایش α به صورت یکنواختی ظرفیت باربری پی کاهش می‌یابد در این حالت شتاب زلزله تأثیر چندانی بر ظرفیت باربری پی ندارد. در حالت حفره کشیده ($\beta>\alpha$) افزایش ارتفاع حفره تا $\beta=1.5$ کاهش اندک ظرفیت باربری پی را به همراه دارد و برای مقادیر بیشتر β ظرفیت باربری تقریباً ثابت خواهد بود. با افزایش شتاب زلزله تا $0.25g$ ظرفیت باربری با نرخ کمی کاهش می‌یابد و برای شتاب‌های بزرگتر تأثیر ارتفاع حفره از بین می‌رود و نرخ کاهش ظرفیت باربری بیشتر می‌شود.

- با بکارگیری شبکه عصبی چند لایه می‌توان به سادگی و با دقت بسیار بالایی ظرفیت باربری پی سطحی واقع شده در بالای حفرات بدون پوشش را در حالت لرزه‌ای و ایستا محاسبه کرد.

- با توجه به پایگاه داده ایجاد شده ماتریس ورودی و خروجی، ماتریس بایاس‌ها و وزن‌ها بترتیب به صورت زیر محاسبه شده‌اند

۷. مراجع

11. J. K. Lee, S. Jeong, and J. Ko, "Effect of load inclination on the undrained bearing capacity of surface spread footings above voids," *Comput. Geotech.*, vol. 66, pp. 245–52, 2015. <https://doi.org/10.1016/J.COMPGEO.2015.02.003>.
12. A. Alimardani Lavasan, A. Talsaz, M. Ghazavi, and T. Schanz, "Behavior of Shallow Strip Footing on Twin Voids," *Geotech. Geol. Eng.*, vol. 34, pp. 1791–805, 2016. <https://doi.org/10.1007/s10706-016-9989-6>.
13. Y. Xiao, M. Zhao, and H. Zhao, "Undrained stability of strip footing above voids in two-layered clays by finite element limit analysis," *Comput. Geotech.*, vol. 97, pp. 124–33, 2018. <https://doi.org/10.1016/J.COMPGEO.2018.01.005>.
14. H. Zhou, G. Zheng, X. He, X. Xu, T. Zhang, and X. Yang, "Bearing capacity of strip footings on $c-\phi$ soils with square voids," *Acta Geotech.*, vol. 13, pp. 747–55, 2018. <https://doi.org/10.1007/s11440-018-0630-0>.
15. Y. Xiao, M. Zhao, H. Zhao, and R. Zhang, "Finite Element Limit Analysis of the Bearing Capacity of Strip Footing on a Rock Mass with Voids," *Int. J. Geomech.*, vol. 18, 04018108, 2018. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GM.1943-5622.0001262](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0001262).
16. G. Wu, M. Zhao, H. Zhao, and Y. Xiao, "Effect of Eccentric Load on the Undrained Bearing Capacity of Strip Footings above Voids," *Int. J. Geomech.*, vol. 20, 04020078, 2020. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GM.1943-5622.0001710](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0001710).
17. K. Krabbenhoft, A. Lyamin, and J. Krabbenhoft, "Optum computational engineering (OptumG2)," 2015.
18. OPTUM G2 - Geotechnical analysis software - OptumCE n.d. <https://optumce.com/products/optumg2/> (accessed October 27, 2020).
19. A. Keshavarz, M. Beygi, and R. Vali, "Undrained seismic bearing capacity of strip footing placed on homogeneous and heterogeneous soil slopes by finite element limit analysis," *Comput. Geotech.*, vol. 113, 103094, 2019. <https://doi.org/10.1016/J.COMPGEO.2019.103094>.
20. S. J. Liao, W. H. Hsieh, J. T. Wang, and Y. C. Su, "Shrinkage and warpage prediction of injection-molded thin-wall parts using artificial neural networks," *Polym. Eng. Sci.*, vol. 44, pp. 2029–2040, 2004. <https://doi.org/10.1002/pen.20206>.
21. Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition 2nd (second) Edition, David E. Rumelhart. vol. 1, A Bradford Book, 1985.
1. R. L. Baus and M. C. Wang, "Bearing Capacity of Strip Footing above Void," *J. Geotech Eng.*, vol. 109, pp. 1–14, 1983. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1983\)109:1\(1\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1983)109:1(1)).
2. M. C. Wang and C. W. Hsieh, "Collapse Load of Strip Footing Above Circular Void," *J. Geotech Eng.*, vol. 113, pp. 511–515, 1987. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1987\)113:5\(511\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1987)113:5(511)).
3. G. Azam, M. Jao, and M. C. Wang, "Cavity effect on stability of strip footing in two-layer soils," *Geotech Eng.*, vol. 28, pp. 151–64, 1997.
4. N. Loganathan, H. G. Poulos, and D. P. Stewart, "Centrifuge model testing of tunnelling-induced ground and pile deformations," *Géotechnique*, vol. 50, pp. 283–94, 2000. <https://doi.org/10.1680/geot.2000.50.3.283>.
5. T. Nakai, H. Shahin, M. Hinokio, T. Sada, and E. Sung, "Influence of existing building load on the deformation and earth pressure of ground due to tunneling," *Proc. 16th Int. Conf. Soil Mech. Geotech. Eng.*, IOS Press, pp. 1633–1637, 2005. <https://doi.org/10.3233/978-1-61499-656-9-1633>.
6. M. Kiyosumi, O. Kusakabe, and M. Ohuchi, "Model Tests and Analyses of Bearing Capacity of Strip Footing on Stiff Ground with Voids," *J. Geotech Geoenvironmental Eng.*, vol. 137, pp. 363–75, 2011. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0000440](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0000440).
7. S. M. F. Hossaini, M. Shaban, and A. Talebinejad, "Relationship between twin tunnels distance and surface subsidence in soft ground of Tabriz Metro-Iran," *12th Coal Oper. Conf., University of Wollongong & the Australasian Institute of Mining and Metallurgy*, pp. 163–168, 2012.
8. A. Mirhabibi and A. Soroush, "Effects of surface buildings on twin tunnelling-induced ground settlements," *Tunn Undergr Sp Technol.*, vol. 29, pp. 40–51, 2012. <https://doi.org/10.1016/J.TUST.2011.12.009>.
9. K. Yamamoto, A. V. Lyamin, D. W. Wilson, S. W. Sloan, and A. J. Abbo, "Stability of dual circular tunnels in cohesive-frictional soil subjected to surcharge loading," *Comput. Geotech.* vol. 50, pp. 41–54, 2013. <https://doi.org/10.1016/J.COMPGEO.2012.12.008>.
10. J. K. Lee, S. Jeong, and J. Ko, "Undrained stability of surface strip footings above voids," *Comput. Geotech.*, vol. 62, pp. 128–35, 2014. <https://doi.org/10.1016/J.COMPGEO.2014.07.009>.